

华东交通大学考试专用答题纸 (适用于匿名改卷)

课程: 7.2 曲面与空间曲线

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
阅卷人											

考生注意: 答题时应注明题号, 并按题号顺序答题。

题号	答 题 内 容
一	球心为 $(2, 3, 1)$, 半径为 3 的球面方程为 $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 3^2$
2	双曲线 $\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \\ y=0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周所形成的曲面方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$
3	圆心在原点, 半径为 2 的圆的方程 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ z=0 \end{cases}$ (此乃参考答案, 谬)
	注 圆心在原点, 半径为 2 的圆有无穷多个, 其方程也有无穷多种, 但一定要注意的, 圆是一曲线, 其方程一定是两个曲面方程的联立 (曲面之交为曲线)
	给的答案是 xOy 平面上的圆, 若在 xOz 平面上, 就是 $\begin{cases} x^2 + z^2 = 4 \\ y=0 \end{cases}$
	若在 yOz 平面上, 圆的方程就是 $\begin{cases} y^2 + z^2 = 4 \\ x=0 \end{cases}$
	若在过原点的任意平面 $ax+by+cz=0$ 上, 圆的方程为 $\begin{cases} ax+by+cz=0 \\ x^2+y^2+z^2=4 \end{cases}$ (这才是正确答案)

题号

P147

答 题 内 容

廖国勇

一 4 曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ x + z = 1 \end{cases}$ 在 xOy 平面上的投影曲线方程为 _____

解：在曲线方程中消去 z 得投影柱面方程

$$x^2 + y^2 + (1-x)^2 = 9$$

化简 $2x^2 - 2x + y^2 = 8$

于是投影曲线方程 $\begin{cases} 2x^2 - 2x + y^2 = 8 \\ z = 0 \end{cases}$

注 这题我抄错了，我故意的。

二 1 求到点 $A(1, -1, 2)$ 和 $B(3, 1, 4)$ 距离相等的点的轨迹方程。

解 设轨迹上任一点的坐标为 $M(x, y, z)$ ，由 $|AM| = |BM|$ 得

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2}$$

化简 $x + y + z - 5 = 0$

另一方法，用到平面方程知识

轨迹乃 A 与 B 的垂直平分面

$\overrightarrow{AB}$ 为平面的法向量 $n = \overrightarrow{AB} = (2, 2, 2) = 2(1, 1, 1)$

平面过 AB 中点 $(2, 0, 3)$

由平面的点法式方程， $1(x-2) + (y-0) + (z-3) = 0$

即

$$x + y + z - 5 = 0$$

题号	答 题 内 容
P147	廖国勇
二2	求母线分别平行 x 轴, y 轴且通过曲线 $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ x^2 - y^2 + z^2 = 0 \end{cases}$ 的柱面方程。 解: 曲线方程组 $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ x^2 - y^2 + z^2 = 0 \end{cases}$ 消去 x 得平行 x 轴的柱面方程 $3y^2 - z^2 = 16$ 消去 y 得平行 y 轴的柱面方程 $3x^2 + 2z^2 = 16$
P148	3 说明旋转曲面 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{9} = 1$ 是怎样形成的。 解 曲面是曲线 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 x 轴旋转一周得到 或者是曲线 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ 绕 x 轴旋转一周形成的 注, 答案可以多种多样, 例如任一椭圆曲线绕 x 轴旋转一周形成的。 即 曲线 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{9} = 1 \\ by + cz = 0 \end{cases}$ 绕 x 轴旋转一周形成的 b, c 不全为 0

题号

P48

4

求球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 与平面 $x + z = 1$ 的交线在 xOy 平面上的投影曲线方程.

解 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ x + z = 1 \end{cases}$ 中消去 z 得投影柱面方程

$$x^2 + y^2 + (1-x)^2 = 4$$

化简 $2x^2 - 2x + y^2 = 3$

于是投影曲线方程 $\begin{cases} 2x^2 - 2x + y^2 = 3 \\ z = 0 \end{cases}$

5 将曲线的一般方程 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ y + z = 0 \end{cases}$ 化为参数方程

解 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 & (1) \\ y + z = 0 & (2) \end{cases}$

(2) 中 $z = -y$ 代入 (1) 得

$$x^2 + 2y^2 = 4 \quad \text{即} \quad x^2 + (\sqrt{2}y)^2 = 2^2$$

$$\therefore \begin{cases} x = 2 \cos \theta \\ \sqrt{2}y = 2 \sin \theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \cos \theta \\ y = \sqrt{2} \sin \theta \end{cases} \quad 0 \leq \theta < 2\pi$$

$$\therefore \begin{cases} x = 2 \cos \theta \\ y = \sqrt{2} \sin \theta \\ z = -\sqrt{2} \sin \theta \end{cases}$$

答案由选取的参数不同而不同, 若取 $y=t$ 为参数, 则

$$\begin{cases} x = \pm \sqrt{4-2t^2} \\ y = t \\ z = -t \end{cases} \quad -\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$$